

文章编号: 1000-8055(2010)01-0136-06

基于有限元/边界元耦合方法的管道进口声传播及声辐射模型

任志文, 侯 薇, 杜 林, 景晓东

(北京航空航天大学 能源与动力工程学院 流体与声学工程实验室, 北京 100191)

摘 要: 发展了一种基于有限元和边界元耦合方法的管道进口声传播及声辐射计算模型. 该模型将整个声场分为内部有限域和外部无界域, 分别用有限元和边界元方法求解控制方程, 在两者之间的界面上使用具有物理意义的声阻抗参数进行匹配, 并通过一种快速迭代方法实现全声场求解. 这种迭代方法可以保证有限元刚度矩阵等带宽以及对称的特性不被破坏, 有助于提高计算效率. 该模型先得到了 Levine-Schwinger 标准解的检验, 进而在无流动情况下对于简化的航发短舱进口管道模型进行了噪声辐射现象的数值模拟, 最后基于计算结果分析了声衬对远场声辐射的影响.

关 键 词: 噪声控制; 航空发动机消声短舱; 管道声传播; 管口声辐射; 有限元法; 边界元法
中图分类号: O313 **文献标识码:** A

FEM/ BEM combined model for prediction of sound propagation and radiation of a duct inlet

REN Zhi-wen, HOU Wei, DU Lin, JING Xiao-dong

(Fluid and Acoustic Engineering Laboratory, School of Jet Propulsion,
Beijing University of Aeronautics and Astronautics, Beijing 100191, China)

Abstract: A finite element/boundary element combined method has been developed for the duct acoustic problem, using finite element method (FEM) to solve the acoustic transmission of inner acoustic field inside the duct, while employing boundary element method (BEM) to construct the artificial boundary condition for the far field radiation computation. The FEM and BEM were matched by the impedance continuity condition at the interface between the computational domains, and the combined numerical code was solved by a fast iteration algorithm. The validation of the model was first carried out by comparing the present results with the Levine-Schwinger solution for the sound radiation of a cylindrical pipe opening. Furthermore, the present model was used to simulate the sound propagation and radiation phenomenon for a simplified duct configuration of an aero-engine nacelle without flow. Finally, an analysis of the acoustic liner effect on the far field sound radiation was conducted based on the simulation results.

Key words: noise control; aero-engine nacelle; duct sound propagation;
duct inlet sound radiation; finite element method; boundary element method

收稿日期: 2008-12-09; **修订日期:** 2009-08-06

基金项目: 航空科学基金(04ZC51031)

作者简介: 任志文(1982-), 男, 陕西绥德人, 硕士生, 主要从事航空声学研究.

通讯作者: 景晓东(1969-), 男, 辽宁阜新人, 教授, 博士. 电话: 010-82338085, E-mail: jingxd@buaa.edu.cn

众所周知,航空发动机消声短舱是大型民用运输机噪声控制的核心技术.但是,如果没有一种有效的基于管道声学理论的噪声传播与辐射预测模型做指导,要设计高性能的消声短舱将面临很大的困难.单凭实验和经验进行短舱声学设计不仅费用高昂,耗时巨大,而且也难以取得理想的效果.为此,早在上世纪 70 年代,研究人员就提出了半解析/半数值的模态匹配法,对声波在软壁管道内的衰减进行计算.近年来,各种数值模拟技术迅猛发展,在管道声学计算中得到了越来越重要的应用,如边界元法、有限元法、谱方法、计算气动声学方法等;这些方法正在逐步取代早期的模态匹配法.但与此同时,在工程设计也面临这样的难题:如何发展一种不失准确性,同时计算快捷的短舱声学模拟方法.只有依靠这样的方法,才能对声衬、管道几何、流动条件等多种实际因素进行参数优化,以达到远场辐射噪声最低的设计目标.

美国航空航天局(NASA)发展的 TBIEM3D 模型^[1]可以说是一种有代表性的快速短舱声学计算方法.该方法已经在 NASA 开展的“先进亚运输机”计划中得到应用.但是,对于这种单一基于边界元方法的模型,如果要将其推广到更为实际的非均匀流情况,那么将遇到无法回避的难题.另一方面,在 Eversman 等人基于单一有限元方法的模型^[2]中,将短舱管口视为点源以利用无限单元构建无反射边界条件,这种方法所需计算域极大,并且其中的近似方法将会给外场声辐射计算带来不小的误差.

所以,本文提出建立一种耦合模型,一方面利用有限元法在求解有限域声学问题上的强大数值计算能力,另一方面借助于边界元法在自由空间声辐射计算上的独特优势.该模型将整个声场分为内部有限域和外部无界域,分别用有限元和边界元方法求解控制方程,在两者之间的界面上使用具有物理意义的声阻抗参数进行匹配,并通过一种快速迭代方法实现全声场求解.这种迭代方法可以保证有限元刚度矩阵等带宽以及对称的特性不被破坏,有助于提高计算效率.

另外一点,我们知道,边界元法求解外声场时在特征频率处解具有非唯一性,这是一个带有普遍性的难题.常用的解决途径是 Burton & Miller^[3]复合边界积分方程,然而该方法要付出处理超奇异积分的代价.1997 年, Wang 等^[4]在物体为轴对称几何形状的前提下,提出一种超奇异积分的正则化方法,但是由于额外地引入了声速度势

切向导数项,导致了实际声学计算中矩阵方程求解的困难.本文就此问题,提出了一种在边界元离散中融入有限差分格式的新的处理方法,简单而有效.

本文的主要目的就是基于以上思路发展一种面向航发短舱快速声学模拟的计算模型.下面将对该模型进行详细介绍.

1 计算模型

考虑如图 1 所示的简化短舱进口模型,噪声从风扇平面产生,沿着管道传播并通过管口向外辐射.在进口末端用一个曲线刚壁段进行封闭,虽然这样处理比较粗略,但作为一种近似,类似孤立短舱进口的方式已被普遍采用^[5-6].

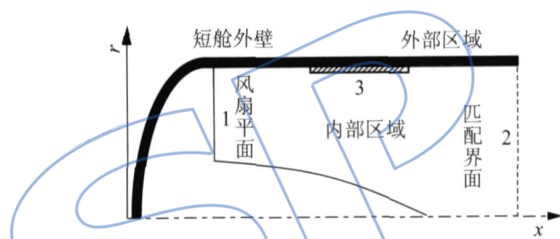


图 1 短舱进口简化结构示意图

Fig. 1 Simplified aero-engine nacelle inlet configuration

在研究的初步阶段,作为近似,本文暂不考虑气流的影响.取声速度势 ϕ 为声场基本变量,假定其与时间成 $e^{i\omega t}$ 简谐关系,那么控制方程即为如下的亥姆赫兹方程:

$$\nabla^2 \phi + k^2 \phi = 0 \quad (1)$$

声压与声速度势有如下的关系:

$$p = -\rho_0 i k \phi \quad (2)$$

其中 k 为波数, ρ_0 为空气密度.

1.1 内部区域有限元模型

对控制方程(1),用伽辽金加权余量法形成有限元积分表达式

$$\iiint_V (\nabla^2 \phi + k^2 \phi) N dV = 0 \quad (3)$$

其中 N 为形状函数.进一步写成弱解积分表达式

$$\iiint_V (N \nabla \phi \cdot \nabla \phi - k^2 N \phi) dV = \iint_S (N \nabla \phi) \cdot n dS \quad (4)$$

在轴对称坐标系下,设声速度势在周向具有 $e^{im\theta}$ 的依赖关系,即

$$\phi(x, r, \theta) = \phi_m(x, r) e^{im\theta} \quad (5)$$

其中 m 为周向模态数, 则式(4)可改写成如下形式:

$$\iint_S \left[\frac{m^2}{r^2} - k^2 \right] N_m \phi_m \Big] r dr dx + \iint_S \left[\frac{\partial N_m}{\partial x} \frac{\partial \phi_m}{\partial x} + \frac{\partial N_m}{\partial r} \frac{\partial \phi_m}{\partial r} \right] r dr dx = \int_{\Gamma} N_m \frac{\partial \phi_m}{\partial n} r dl \quad (6)$$

其中 S 代表子午面上的积分区域, l 为其边界曲线长度, n 为边界外法向坐标, 且有

$$N_m(x, r) = \int_0^{2\pi} N(x, r, \theta) e^{im\theta} d\theta \quad (7)$$

有限元模型的边界条件有

1) 在刚壁上

$$\frac{\partial \phi_m}{\partial n} = 0 \quad (8)$$

2) 在对称轴附近, 为了避免由 $r = 0$ 引起的奇异性, 积分区域去除了一个半径很小的圆柱体, 且在边界上使用固壁条件;

3) 在声源平面, 给定

$$\phi_m = f(r) \quad (9)$$

4) 声衬表面的阻抗边界条件, 设 z_a 为声衬声阻抗, 则根据定义

$$\frac{\partial \phi_m}{\partial n} = \frac{-ik\phi}{z_a} \quad (10)$$

5) 在有限元计算域截断的人工界面上, 边界条件借助于一个匹配声阻抗参数 z_b 给出

$$\frac{\partial \phi_m}{\partial n} = \frac{-ik\phi}{z_b} \quad (11)$$

本文用等参单元进行有限元离散

$$\phi_m(x, r) = \sum_{e=1}^{N_e} \phi_{m,e} N_{m,e}(x, r) \quad (12)$$

其中 $N_{m,e}$ 为等参形状函数, $\phi_{m,e}$ 为节点上函数值, N_e 为单元节点数. 将式(12)代入式(6)进行单元分析, 再经过总体合成后就得到有限元求解线性方程组

$$K(z_b) \phi_m = f \quad (13)$$

其中 K 是刚度矩阵, ϕ_m 是节点上声速度势的未知数, f 是声源条件按本质边界条件处理得到的右端向量. 由式(13)看出, 当人工界面上的声阻抗 z_b 给出后, 就可得到内部区域的有限元解.

1.2 外部区域边界元模型

普通边界元方法在求解外声场时, 在特征频

率处解不唯一, 因而通常造成很大的计算误差. 为解决这个问题, 文献[3]提出了一种复合边界积分方程, 但是其中包含了非常难于处理的超奇异积分. Wang等^[4]进一步在轴对称几何的前提下, 且假设声速度势具有式(5)的周向分布关系, 提出了一种去除超奇异积分的有限元模型, 基本公式如下:

$$C_P \left[\phi_m(P) + \alpha \frac{\partial \phi_m(P)}{\partial n} \right] = \int_{\Gamma} [I_1(P, Q) + \alpha I_2(P, Q)] \phi_m(Q) r dl + \alpha \int_{\Gamma} [I_3(P, Q) + \alpha I_4(P, Q)] \frac{\partial \phi_m}{\partial n}(Q) r dl + \alpha \int_{\Gamma} I_5(P, Q) \frac{\partial \phi_m}{\partial t}(Q) r dl \quad (14)$$

其中 P, Q 分别代表观察点和源点坐标, l 为积分边界曲线弧长, n 和 t 分别为边界的法向和切向坐标, α 为复合常数, 一般取一个较小的虚数; 常数 C_P 和核函数 $I_{1 \sim 5}$ 的具体表达式参见文献[4]. 边界元模型的边界条件包括式(8)的刚壁条件和式(11)的人工界面阻抗边界条件.

应该注意到, 在式(14)中, 除了有待求的 ϕ_m 和 $\partial \phi_m / \partial n$ 外, 还额外地引入了声速度势的切向导数 $\partial \phi_m / \partial t$. 那么, 进行边界积分离散后, 得到以下的线性方程组

$$A \phi_m = B \phi_m^n + C \phi_m^t \quad (15)$$

式中 $\phi_m, \phi_m^n, \phi_m^t$ 分别是节点上声速度势及其法向和切向导数组成的未知数. 可以看出, 由于切向导数项的出现, 该方程组并不封闭.

对于这个新的问题, 文献[4]并没有给出具体的解决方案. 实际上, 该文献中仅对若干已知解析解的算例验证了轴对称复合边界积分公式的正确性, 在这些算例中切向导数项可以从解析解中给出. 然而, 具有实际意义的情况是如何求解一个切向导数项未知的情况, 如果这个问题不能解决, 那么前人所发展的轴对称复合边界积分公式的应用将得到极大的限制, 甚至可以说没有实用价值. 这里我们提出了一种在边界元方法中融入有限差分格式的处理方法, 其基本思路是知道, 边界上任意相邻点的 ϕ_m 和 ϕ_m^n 和 ϕ_m^t 可以由泰勒级数展开联系起来, 并由此写出差分格式. 另外, 在本项研究中, 边界元模型的目的是为内部有限元计算域构造无反射边界条件, 对于这样的人工边界, 我们可以自由选择边界形状, 而最方便的形式就是直边界. 在这种情况下, 切向导数 ϕ_m^t 就可以通过如下

的中心差分格式来近似表示

$$\frac{\partial \phi_{m,n}}{\partial t} = \frac{\phi_{m,n+1} - \phi_{m,n-1}}{2\Delta t} + O(\Delta t^2) \tag{16}$$

注意在角点和端点则需使用向前或向后差分格式;进而将其写成矩阵形式

$$\dot{\phi}_m = D\phi_m \tag{17}$$

将式(17) 代入式(15), 并令 $B' = BD$, $A' = A - B'$, 则得到封闭的边界元离散线性方程组

$$A'(z_b)\phi_m = C(z_b)\phi_m \tag{18}$$

1.3 有限元与边界元耦合模型

本文通过一种迭代方法耦合求解上面建立的有限元和边界元模型, 把匹配界面上的声阻抗作为迭代变量, 具体步骤如下:

- 1) 首先预设匹配面上的声阻抗 $z_{b,n}^I$ 分布, 将其作为有限元模型的边界条件, 计算得出内声场在匹配界面上的声速度势 ϕ_m^I ;
- 2) 将 ϕ_m^I 作为边界元模型的已知条件, 求解外部声场, 得到匹配界面上的声速度势法向导数, 并进而计算出匹配界面上声阻抗的外部值 $z_{b,n}^{II}$;
- 3) 如果满足收敛条件

$$\|z_{b,n}^{II} - z_{b,n}^I\| / \|z_{b,n}^I\| \leq \varepsilon \tag{19}$$

其中 ε 是给定的残差; 则计算结束. 否则, 令 $z_{b,n+1}^I = z_{b,n}^{II}$, 转到第一步令继续迭代直到收敛为止. 为了加速收敛, 可采用松弛迭代

$$z_{b,n+1}^I = (1 - \omega)z_{b,n}^I + \omega z_{b,n}^{II} \tag{20}$$

式中 ω 是松弛系数, 参照文献[7] 采用一种动态优化的方法确定.

2 结果与分析

首先考虑一个半无限长、刚壁直圆管道的声传播及声辐射问题. 当管内只有平面波, 该问题由 Levine 和 Schwinger 给出了解析解^[8], 可以用以检验本文模型. 由于在实际数值计算中不可能处理一个半无限长的管道, 所以我们选取一个如图 2 所示的长度半径比为 10 的管道作为近似.

计算时内部有限元区域离散为 400×10 个四边形单元, 外部边界离散为 $10 + 10 \times 20 + 10$ 个常单元. 图 3 给出的是无量纲波数 $k_a = 3.0$ 时, 直圆管声传播及管口声辐射的声速度势分布. 根据管道声学理论^[9], 刚壁圆管的高阶模态截止频率由下式给出:

$$f_c = 3.832 \frac{c_0}{2\pi a} \tag{21}$$

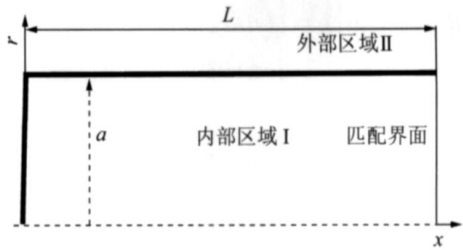


图 2 半无限长直圆管

Fig. 2 Semi-infinite circular duct

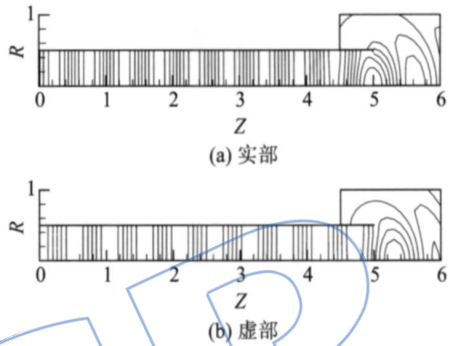


图 3 半无限长直圆管道声传播及管口声辐射声速度势分布 ($k_a = 3.0$)

Fig. 3 Acoustic potential of the sound field of a semi-infinite circular duct ($k_a = 3.0$)

故当无量纲波数小于 3.832 时管道中只有平面波传播. 在这一点上, 数值计算的结果与理论分析是一致的, 管道内部平面波的声速度势具有规则的、直的等值线. 当声波传播到管口时, 等值线开始弯曲; 传出管外后逐渐形成圆弧形, 表明从远场来看, 管口声辐射相当于一个点源.

为了与 Levine-Schwinger 标准解^[8] 对比, 本文计算了管道出口平面的声反射系数. 分别在离

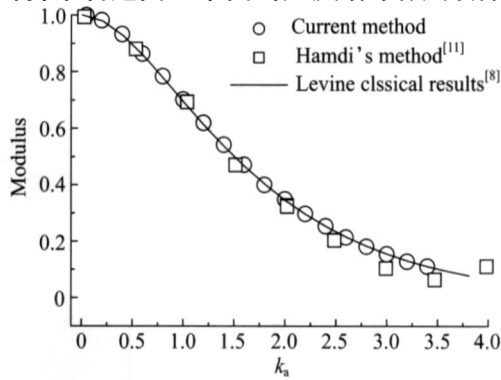


图 4 半无限长直圆管管口声反射系数的幅值随无量纲波数 k_a 的变化曲线

Fig. 4 Magnitude of the reflection coefficient of a semi-infinite circular duct opening as a function of the nondimensional wave number

开管口一段距离的上壁面两点处提取声速度势的计算值,利用声学测量中双传声器法^[10]的原理计算出管口的反射系数.由于 Levine 的理论受管内平面波条件的限定,所以反射系数的可对比范围为 $k_a < 3.832$.在这个范围内,图 4 中对比了本文方法、Hamdi 方法^[11]和 Levine^[8]解析解给出的管口反射系数,可以看出本文方法与解析解符合得很好,最大相对误差仅为 0.79%,而 Hamdi 方法的计算结果误差则偏大.

图 5 和图 6 给出的是如图 1 所示的简化的航空发动机风扇进口声传播及声辐射计算结果.风

扇进口段长度为 2,出口截面半径为 0.5,中心体几何参数由如下公式给定:

$$R_c \left(\tilde{x} \right) = 1 - 0.1845 \tilde{x}^2 + \frac{0.1016 e^{-11(1-\tilde{x})}}{1 - e^{-11}} \quad (22)$$

其中 $\tilde{x} = x/L$,上壁面为直壁,壁面敷设声衬声阻抗为 $(2.0, -1.0i)$.

图 7 为不同无量纲波数下,距管口 10 倍管径处的声压级分布曲线.从中可以很明显地看出声衬对远场声辐射的抑制效果.如在无量纲波数为 $k_a = 2.0$ 的情况下,0°方向声辐射降低了 17 dB,90°方向声辐射降低了 21 dB.

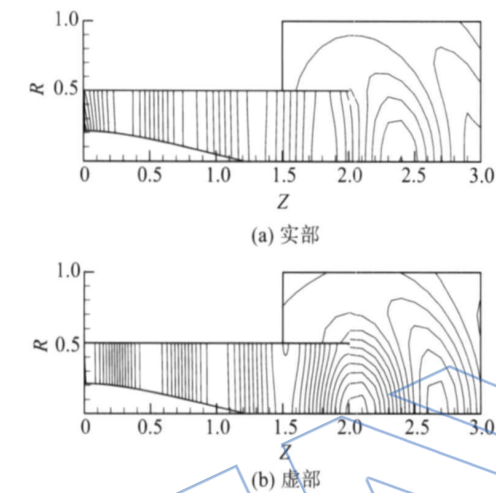


图 5 发动机短舱进口声传播及管口声辐射声速度势分布(壁面没有敷设声阻抗, $k_a = 3.14$)

Fig. 5 Acoustic propagation and radiation of the simplified aero-engine nacelle inlet (without acoustic liner in the wall, $k_a = 3.14$)

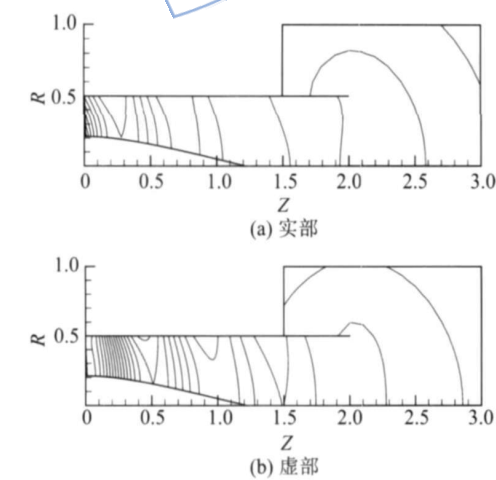


图 6 发动机短舱进口声传播及管口声辐射声速度势分布(壁面敷设声阻抗, $k_a = 3.14$)

Fig. 6 Acoustic propagation and radiation of the simplified aero-engine nacelle inlet (with acoustic liner in the wall, $k_a = 3.14$)

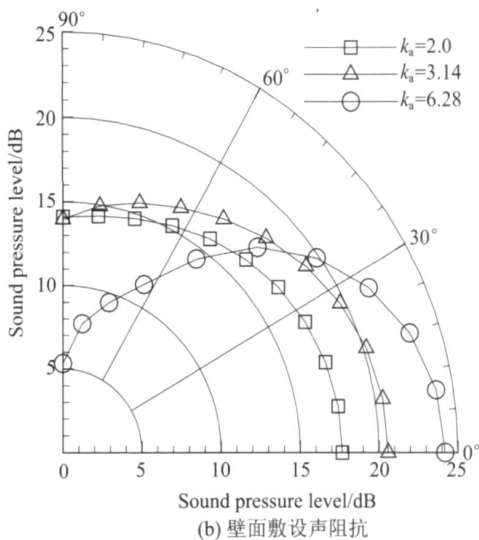
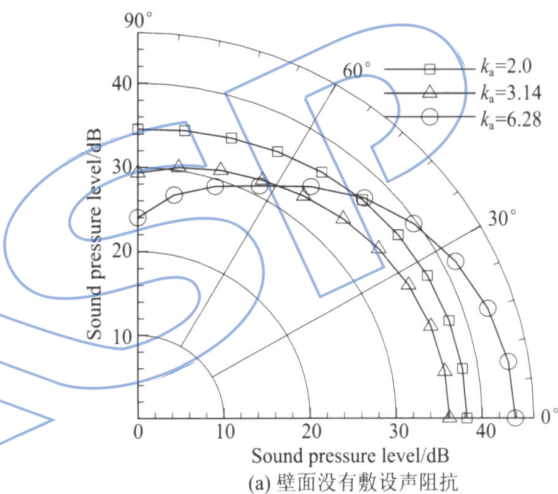


图 7 短舱进口 10 倍管径处的声指向性图

Fig. 7 Sound pressure level distribution of the idealized aero-engine nacelle inlet for $L = 10d$

3 结 论

本文发展了一种基于有限元/边界元分域耦合方法的管道声传播及管口声辐射模型. 该模型先得到了 Levine-Schwinger 标准解的检验,进而对于简化的航发短舱进口管道模型进行了噪声辐射现象的数值模拟,并分析了声衬对远场声辐射的影响. 本模型计算效率高,可用于需要参数寻优的短舱声衬设计工作.

另外,为解决边界元方法求解外声场在特征频率处解不唯一的问题,本文在前人提出的轴对称 Burton & Miller 复合边界积分方程的基础上,提出了一种改进方法,利用差分格式去除超奇异积分正则化所引入的切向导数项,计算表明该处理方法简单而有效.

参考文献:

[1] Dunn M H , Tweed J , Farassat F. The application of a boundary integral equation method to the prediction of ducted fan engine noise[J]. Journal of Sound and Vibration ,1999 ,227 (5) :1019-1048.

[2] Eversman W. Theoretical models for duct acoustics propagation and radiation[R]. SEE N92-14779 05-71.

[3] Burton A J , Miller G F. The application of integral equation methods to the numerical solution of some exterior

boundary value problems[J]. Proceedings of the Royal Society of London ,Series A ,Mathematical and Physical Sciences ,1971 ,323 :201-210.

[4] Wang W , Atalla N , Nicolas J. A boundary integral approach for acoustic radiation of axisymmetric bodies with arbitrary boundary conditions valid for all wave numbers [J]. Journal of Acoustical Society of America ,1997 ,101 (3) :1468-1478.

[5] Eversman W. A multi-modal solution for the transmission of sound in non-uniform ducts[R]. AIAA-1976-497.

[6] Horowitz S J , Sigman R K , Zinn B T. An iterative finite element-integral technique for predicting sound radiation from turbofan inlets[R]. AIAA-81-1981.

[7] Lin C C. An iterative finite element-boundary element algorithm[J]. Computers and Structures ,1996 ,59 (5) :899-909.

[8] Levine H , Schwinger H. On the radiation of sound from an unflanged circular pipe[J]. Physical Review ,1948 ,73 (4) :383-406.

[9] 杜功焕,朱哲民,龚秀芬. 声学基础[M]. 南京:南京大学出版社,2001:279-293.

[10] Chu W T. Extension of the two-microphone transfer function method for impedance tube measurements[J]. Journal of the Acoustical Society of America ,1986 ,80 :347-348.

[11] Hamdi M , Mebarek L , Lempereur P. Coupled analytical-numerical method for the computation of modal reflection coefficients of gas turbine engine inlets[R]. AIAA-1997-1668.